КОНТРОЛЬНА РОБОТА 3.

БАГАТОВИМІРНІ ВИПАДКОВІ ВЕЛИЧИНИ. СИСТЕМА ДВОХ ВИПАДКОВИХ ВЕЛИЧИН

ВАРІАНТ № 1

1. Випадковий вектор ($\xi;\eta$) має наступну таблицю розподілу (табл.3.1):

Табл. 3.1.

ξ	η		
	1	2	3
–1	0,1	0	0,1
–2	0,2	0,2	0
–3	0,2	0,1	0,1

Знайти:

а) одномірні закони розподілу випадкових величин ξ та η;

б) числові характеристики двомірного випадкового вектора ($\xi;\eta$).

2. Система двох випадкових величин ξ та η підпорядковується рівномірному закону розподілу в середині прямокутника D обмеженого прямими: $x_1 = -1$; $x_2 = 3$; $y_1 = 1$; $y_2 = 4$.

Необхідно:

а) знайти щільність ймовірності системи $f_{\xi\eta}(x;y)$;

б) знайти $f_\xi(x)$ і $f_\eta(y)$;

в) з'ясувати, чи являються ξ та η залежними випадковими величинами.

ВАРІАНТ № 2

1. Закон розподілу системи двох випадкових величин ξ та η заданий таблицею розподілу (табл.3.2):

Табл. 3.2.

ξ	η		
	0	1	2
0	0.10	0.15	0.20
1	0.15	0.25	0.15

Знайти:

а) функцію розподілу системи випадкових величин ξ та η;

б) числові характеристики системи (ξ; η).

2. Щільність ймовірності системи двох випадкових величин ξ та η задана у вигляді:

$$f_{\xi\eta}(x,y) = \begin{cases} \mathrm{x}\mathrm{e}^{-\mathrm{xy}} & \text{у полосі } 1 < x < 2;\ 0 < y < \infty; \\ 0 & \text{зовні цієї полоси.} \end{cases}$$

Знайти m_ξ ; m_η та коефіцієнт кореляції.

ВАРІАНТ № 3

1. Дискретні випадкові величини ξ та η незалежні. Відомі їх закони розподілу (табл.3.3 і табл.3.4):

Табл. 3.3.

x_i	0	10	15
p_i	$\frac{2}{5}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{2}{5}$

Табл. 3.4.

y_j	7	14	25
p_j	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{3}$

Знайти:
а) закон сумісного розподілу випадкових величин ξ та η;
б) числові характеристики системи $(\xi; \eta)$.

2. Система двох випадкових величин ξ та η підпорядковується рівномірному закону розподілу у межах кола $x^2 + y^2 \le 9$. Необхідно:
а) знайти щільність ймовірності системи $f_{\xi\eta}(x;y)$;
б) знайти $f_\xi(x)$ і $f_\eta(y)$;
в) з'ясувати, чи являються ξ та η залежними випадковими величинами і чи являються вони корельованими (знайти $K_{\xi\eta}$).

ВАРІАНТ № 4
1. По цілі виконується два незалежних постріли. Ймовірність влучення в ціль при першому пострілі дорівнює 0,4; при другому – 0,7. Розглядаються випадкові величини: ξ – число влучень при першому пострілі, η – при другому. Необхідно:
а) побудувати таблицю розподілу системи $(\xi; \eta)$;
б) знайти функцію розподілу системи;
в) знайти числові характеристики системи.

2. Розглядаються дві незалежні випадкові величини: ξ і η , кожна з яких підпорядковується нормальному закону з середніми значеннями рівними 0 та дисперсіями $D_\xi = D_\eta = 4$. Необхідно:
а) записати вираз функції щільності ймовірності системи $f_{\xi\eta}(x;y)$;
б) знайти ймовірність того, що випадкова точка $M(x;y)$ влучить в коло радіусу $R=4$ з центром у початку координат.

ВАРІАНТ № 5
1. Об'єкт охороняється системою ППО. Противник атакує його двома керованими ракетними снарядами, кожен з яких може бути знищений системою ППО з ймовірністю 0,2. Снаряд, який подолає зону ППО, може влучити в об'єкт з ймовірністю 0,8. Розглядаються випадкові величини: ξ – кількість снарядів, яки подолали зону ППО, η – кількість знищених об'єктів. Необхідно:
а) скласти таблицю розподілу системи випадкових величин $(\xi; \eta)$;
б) знайти числові характеристики системи;
в) визначити функцію розподілу системи $(\xi; \eta)$.

2. Система двох випадкових величин ξ і η має щільність ймовірності:

$$f_{\xi\eta}(x,y) = \frac{1}{24\pi} e^{-\left[\frac{(x-2)^2}{18} + \frac{(y+4)^2}{32}\right]}.$$

Знайти:
а) m_ξ ; m_η ; $\vec{m}_{\xi\eta}$;
б) D_ξ ; D_η ; $\vec{D}_{\xi\eta}$;
в) значення ймовірних відхилень E_ξ ; E_η ; $\vec{E}_{\xi\eta}$;
г) записати вираз щільності ймовірності системи з використанням ймовірних відхилень;

д) знайти ймовірність того, що випадкова точка $M(x;y)$ влучить в прямокутник: $\{0<x<2; 0<y<4\}$.

ВАРІАНТ № 6

1. Закон розподілу системи двох дискретних випадкових величин ξ і η заданий таблицею розподілу (табл.3.5):

Табл. 3.5.

x_i	y_j		
	0	1	2
0	0.10	0.15	0.20
1	0.15	0.25	0.15

Знайти:

а) числові характеристики системи;

б) функцію розподілу системи.

2. Виконується два постріли в прямокутну ціль. Сторони цього прямокутника паралельні осям розсіювання й дорівнюють, відповідно, a=3м, b=2м. Точка прицілювання співпадає з центром прямокутника і відомо, що $\sigma_\xi = 1$м, $\sigma_\eta = 1,5$м. Необхідно:

а) визначити ймовірність влучення при двох пострілах;

б) записати вираз щільності розподілу ймовірності системи $(\xi; \eta)$;

в) визначити значення ймовірних відхилень E_ξ і E_η ;

г) записати вираз функції щільності розподілу ймовірності системи $(\xi; \eta)$ через ймовірні відхилення.

ВАРІАНТ № 7

1. Виконується три послідовних постріли по цілі. Ймовірності влучення при відповідному пострілі: 0,7; 0,3; 0,5. Ймовірність знищення цілі при одному влученні 0,5; при двох влученнях – 0,6; при трьох влученнях – 0,7. Результати стрільби трьома пострілами записати у вигляді таблиці розподілу випадкового вектору $(\xi; \eta)$, де ξ – загальна кількість влучень, η – кількість знищених цілей.

Знайти числові характеристики цього випадкового вектора, його функцію розподілу.

2. По цілі (область D), яка задана графічно на рис. 3.1, проведено три постріли. Центр розсіювання співпадає з початком координат. Розсіювання характеризується серединними відхиленнями: $E_\xi =2,0$; $E_\eta =1,25$.

Необхідно:

а) визначити ймовірність рівно двох влучень в ціль;

б) записати вираз функції щільності ймовірності системи $f_{\xi\eta}(x;y)$;

в) визначити ймовірність влучення в еліпс розсіювання при К=2;

г) скласти кореляційну матрицю.

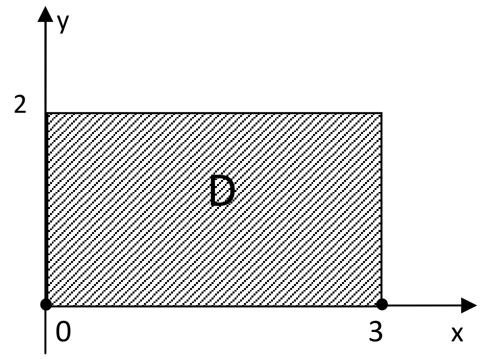


Рис. 3.1.

ВАРІАНТ № 8

1. Задано кореляційну матрицю випадкових величин $(\xi_1; \xi_2; \xi_3)$:

$$\|K_{ij}\| = \begin{Vmatrix} 16 & -14 & 12 \\ & 49 & -21 \\ & & 36 \end{Vmatrix}.$$

Скласти нормовану кореляційну матрицю $\|r_{ij}\|$.

2. Визначити число незалежних один від одного пострілів –n, при яких ймовірність хоча б одного влучення в ціль D, яка задана графічно на рис. 3.2, була б не менше 0,9. Точка прицілювання співпадає з початком координат й відомо, що $\sigma_\xi = 1,75$; $\sigma_\eta = 2,07$.
Записати відповідну функцію щільності ймовірності системи (ξ; η), яка розподілена нормально.

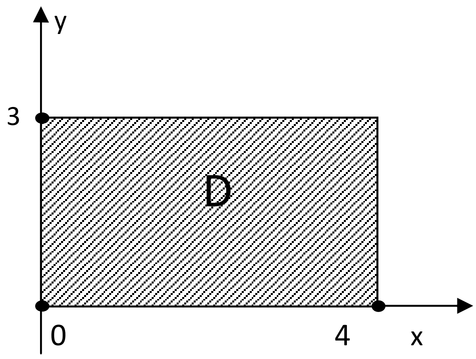


Рис. 3.2.

ВАРІАНТ № 9

1. Система (ξ; η) задана таблицею розподілу (табл.3.6):

Табл. 3.6.

ξ	η	
	0	1
0	0.2	0
1	0.1	0.15
2	0.25	0.3

Необхідно:

а) скласти функцію розподілу;

б) знайти числові характеристики системи.

2. Система незалежних випадкових величин ξ і η підкоряється нормальному закону розподілу з числовими характеристиками: $m_\xi = m_\eta = 0$; $\sigma_\xi = 5$; $\sigma_\eta = 8$. Необхідно:

а) записати вираз функції щільності ймовірності системи $f_{\xi\eta}(x;y)$;

б) скласти кореляційну матрицю;

в) визначити ймовірність одночасного виконання двох нерівностей $\xi < 0$ і $\eta > 0$;

г) знайти ймовірність влучення випадкової точки M(x;y) в еліпс розсіювання при K=1,5.

ВАРІАНТ № 10

1. Закони розподілу незалежних випадкових величин ξ і η мають вигляд (табл.3.6 і табл.3.7):

Табл. 3.6.

x_i	0	1	2
p_i	0,25	0,50	0,25

Табл. 3.7.

y_j	0	1	2
p_j	0,1	0,4	0,5

Необхідно:

а) знайти числові характеристики системи: $\vec{m}_{\xi\eta}$; $\vec{D}_{\xi\eta}$; $K_{\xi\eta}$;

б) записати закон спільного розподілу випадкових величин ξ і η.

2. Ймовірність влучення в квадрат зі стороною 72м при круговому розсіюванні й співпаданням центру розсіювання з центром квадрату дорівнює 0,64.
Необхідно:
а) знайти яким повинен бути радіус кола, ймовірність влучення в який така ж (р=0,64) й центр якого співпадає з центром квадрату;
б) записати функцію щільності ймовірності системи випадкових величин ξ і η $f_{\xi\eta}(x;y)$.

ВАРІАНТ № 11
1. Результат стрільби трьома пострілами по трьом цілям виражається у вигляді системи двох дискретних випадкових величин (ξ; η), де ξ – загальне число влучень в ціль, η – число знищених цілей.
Система (ξ; η) задана таблицею розподілу (табл.3.8):

Табл. 3.8.

	η			
ξ	0	1	2	3
0	0,24	0	0	0
1	0,17	0,13	0	0
2	0,13	0,07	0,05	0
3	0,09	0,05	0,06	0,01

Знайти числові характеристики системи. Записати кореляційну матрицю.

2. Визначити ймовірність влучення снаряда в злітну смугу літаків, довжина якої 1500м, ширина 50м, поздовжня вісь перпендикулярна напрямку стрільби. Центр розсіювання співпадає з центром смуги й відомо, що E_ξ =100м, E_η =75м.
Записати функцію щільності ймовірності відповідної системи (ξ; η).
Визначити ймовірність влучення в еліпс розсіювання при К=3.

ВАРІАНТ № 12
1. Передаються два повідомлення, кожне з яких може бути зіпсоване або не зіпсоване незалежно одне від одного. Ймовірність того, що перше повідомлення псується дорівнює 0,4, а друге псується з ймовірністю 0,5. Розглядається система двох випадкових величин ξ і η:

$$\xi = \begin{cases} 1, & \text{якщо перше повідомлення зіпсоване;} \\ 0, & \text{якщо перше повідомлення не зіпсоване} \end{cases};$$

$$\eta = \begin{cases} 1, & \text{якщо друге повідомлення зіпсоване;} \\ 0, & \text{якщо друге повідомлення не зіпсоване} \end{cases}.$$

Необхідно:
а) скласти таблицю розподілу системи випадкових величин (ξ; η);
б) знайти сумісну функцію розподілу $F_{\xi\eta}(x;y)$;
в) визначити ймовірність події А, якщо $A=\{0\le \xi <1{,}5 ;\ 0\le \eta <1\}$;
г) знайти числові характеристики системи.

2. По круговій цілі радіусом 3км виконані 4 постріли, центр розсіювання співпадає з центром кола. Розсіювання характеризується середніми квадратичними відхиленнями $\sigma_\xi = \sigma_\eta = 2{,}96$км. Необхідно:
а) записати вираз функції щільності ймовірності системи (ξ; η);
б) записати вираз функції щільності ймовірності системи (ξ; η) через серединні відхилення;
в) визначити ймовірність не менш одного влучення в ціль;
г) чому дорівнює найменший радіус кола, в який безперечно влучили останні 100 пострілів?

ВАРІАНТ № 13

1. По повітряній цілі зроблено запуск трьох ракет з ймовірністю влучення 0,3 кожної. Для знищення цілі достатньо двох влучень, а при одному влученні ціль знищується з ймовірністю 0,8.
Скласти таблицю розподілу випадкового вектора (ξ; η), де ξ – число влучень в ціль, η – число збитих цілей. Записати закони розподілу кожної з випадкових величин ξ і η. Знайти числові характеристики системи.

2. Яким повинно бути середнє квадратичне відхилення нормального кругового розсіювання , щоб ймовірність влучення в коло радіуса R=3,1км (при співпаданні центру розсіювання з центром кола) була б не менш, ніж 0,42. Записати відповідну функцію щільності ймовірності системи (ξ; η).

ВАРІАНТ № 14

1. Проводиться три постріли по цілі. Ймовірність влучення в ціль при кожному пострілі відповідає значенням: p_1=0,5; p_2=0,3; p_3=0,2. Ймовірність знищення цілі при одному влученні дорівнює 0,2; при двох влученнях – 0,4; при трьох – 0,6. Записати результат стрільби трьома пострілами у вигляді таблиці розподілу випадкового вектора (ξ; η), де ξ – загальне число влучень в ціль, η – число збитих цілей. Знайти одномірні закони розподілу випадкових величин ξ і η. Знайти $\vec{m}_{\xi\eta}$; $\vec{D}_{\xi\eta}$.

2. Задано функцію щільності ймовірності системи випадкових величин (ξ; η):

$$f_{\xi\eta}(x,y) = a \cdot e^{-\rho^2\left[\frac{(x+2)^2}{25}+\frac{(y-3)^2}{36}\right]}.$$

Необхідно:

а) знайти значення коефіцієнта a;

б) визначити числові характеристики системи (ξ; η);

в) записати кореляційну матрицю;

г) визначити ймовірність влучення випадкової точки M(x; y) в еліпс розсіювання при K=3.

ВАРІАНТ № 15

1. По кожній з двох цілей виконується по одному пострілу. Ймовірність влучення в ціль дорівнює 0,4. При влученні ціль знищується з ймовірністю 0,7. Розглядаються випадкові величини: ξ – загальне число влучень, η – число знищених цілей. Необхідно:

а) скласти таблицю розподілу системи (ξ; η);

б) знайти ряди розподілу випадкових величин ξ і η;

в) визначити числові характеристики системи (ξ; η).

2. Щільність розподілу системи випадкових величин (ξ; η) задано виразом:

$$f_{\xi\eta}(x,y) = \frac{\mathrm{A}}{(1+x^2)(e^y+e^{-y})};\quad \text{для } x \in (-\infty;\ \infty),\qquad y \in (-\infty;\ \infty).$$

Необхідно:

а) визначити значення коефіцієнту А;

б) знайти функцію розподілу системи (ξ; η);

в) знайти функції розподілу випадкових величин ξ і η;

г) знайти функції щільностей розподілу випадкових величин ξ і η;

д) з’ясувати чи залежні або незалежні випадкові величини ξ і η.

ВАРІАНТ № 16

1. Об'єкт охороняється угрупуванням ППО. Противник призначив на об'єкт два керованих ракетних снаряди. Один снаряд знищується угрупуванням ППО з ймовірністю 0,6. Снаряд, який подолав зону ППО, знищує об'єкт з ймовірністю 0,7. Розглядаються випадкові величини: ξ – число снарядів, яки вийшли до об'єкту; η – число знищених об'єктів.
Скласти таблицю розподілу системи випадкових величин (ξ; η) і знайти їх кореляційний момент.

2. Визначити радіус незміщеного кола R, ймовірність влучення в який при одному пострілі складає 0,9, якщо характеристика кругового розсіювання точок влучення відома й дорівнює: E=150м.
Записати відповідну функцію щільності ймовірності системи (ξ; η).
Знайти ймовірність одночасного виконання двох нерівностей: $\{x<0,\ y<0\}$.

ВАРІАНТ № 17

1. Виконується стрільба по деякій цілі до її знищення; боєзапас складає два снаряди. Ймовірність влучення при кожному пострілі дорівнює 0,4. При першому ж влученні ціль вважається знищеною і стрільба закінчується. Визначити числові характеристики випадкового вектора (ξ; η), де ξ – число влучень в ціль, η – число збитих цілей.

2. Незалежні нормальні випадкові величини ξ і η характеризуються параметрами $m_\xi = 10$; $m_\eta = -5$; $\sigma_\xi = 10$; $\sigma_\eta = 5$. Необхідно:
а) записати вирази для щільності та функції розподілу системи: $f_{\xi\eta}(x;\ y)$, $F_{\xi\eta}(x;\ y)$;
б) визначити ймовірність події, що в результаті випробування ξ і η приймуть значення, яки не перевищують 7 і –1 відповідно;
в) визначити ймовірність влучення випадкової точки M(x;y) в еліпс розсіювання при K=2,5.

ВАРІАНТ № 18

1. По повітряній цілі зроблено запуск чотирьох ракет з ймовірністю влучення 0,3 кожної. Для знищення цілі достатньо влучення одної ракети. Знайти числові характеристики системи (ξ; η), де ξ – число влучень в ціль, η – число збитих цілей. Скласти таблицю розподілу системи.

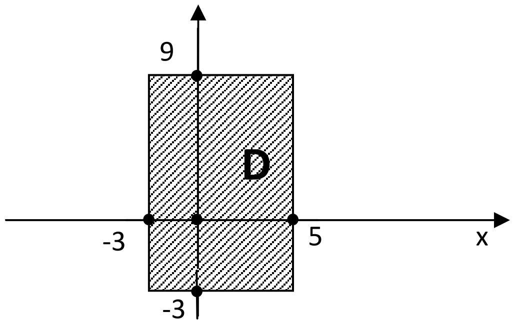
2. Ймовірність влучення в еліпс розсіювання дорівнює 0,8 при серединних відхиленнях $E_\xi = 0{,}6$; $E_\eta = 0{,}2$. Необхідно:
а) визначити довжини півосей еліпсу розсіювання;
б) записати вираз функції щільності розподілу системи $f_{\xi\eta}(x;y)$;
в) скласти кореляційну матрицю.

ВАРІАНТ № 19

1. Виконується чотири незалежних випробування, в кожному з яких може з'явитися подія A з ймовірністю p=0,4 або протилежна подія $\bar{A}$. Розглядається система випадкових величин (ξ; η), де ξ – число появи події A, η – число появи протилежної події $\bar{A}$.
Скласти таблицю розподілу й визначити числові характеристики системи (ξ; η).

2. Щільність розподілу випадкової точки на площині має вигляд:

$$f_{\xi\eta}(x,y) = \frac{\rho^2}{6\pi} \cdot e^{-\rho^2\left[\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{4}\right]}.$$



Необхідно:

Рис. 3.3.

а) визначити ймовірність влучення в ціль D, яка задана графічно на рис. 3.3;
б) знайти число n необхідної кількості незалежних пострілів, при якому ймовірність хоча б одного влучення в ціль D була б не менш, ніж 0,9;
в) скласти кореляційну матрицю.

ВАРІАНТ № 20

1. Закони розподілу незалежних випадкових величин ξ і η мають вигляд (табл.3.9 і табл.3.10):

Табл. 3.9.

x_i	0	1	2
p_i	0,25	0,5	0,25

Табл. 3.10.

y_j	0	1	2
p_j	0,09	0,42	0,49

Знайти числові характеристики системи.
Записати закон спільного розподілу випадкових величин ξ і η у вигляді таблиці розподілу.

2. Після закінчення учбового бомбардування виявлено, що всі бомби упали в коло радіусом R=100м. Необхідно:
а) визначити ймовірність, що при тих же умовах бомбардування одна бомба з двох упаде на прямокутну ділянку розміром {40мX60м}, центр якої співпадає з центром розсіювання;
б) записати вираз функції щільності розподілу ймовірностей системи $f_{\xi\eta}(x; y)$.

ВАРІАНТ № 21

1. Два стрільці стріляють кожен по своєї мішені. Перший стрілок робить три постріли з ймовірністю влучення 0,5 при кожному пострілі, другий стрілок робить два постріли з ймовірністю влучення 0,7 при кожному пострілі. Розглядаються випадкові величини: ξ – число влучень першого стрілка, η – число промахів другого стрілка.
Необхідно:
а) скласти таблицю розподілу системи випадкових величин (ξ; η);
б) обчислити наступні значення функції розподілу системи: $F_{\xi\eta}(x=0; y=2)$; $F_{\xi\eta}(x=2; y=1)$; $F_{\xi\eta}(x=2; y=1,5)$;
в) визначити ймовірність того, що система прийме значення в проміжках: $\{0,5\leq\xi\leq2,5;\ 0,5\leq\eta\leq2,0\}$;
г) знайти числові характеристики системи (ξ; η);
д) встановити, чи корельовано між собою випадкові величини ξ і η.

2. Функція щільності розподілу системи двох випадкових величин (ξ; η) на всій площині задається виразом:

$$f_{\xi\eta}(x,y) = \frac{1}{\pi^2(x^2+16)(y^2+25)};$$

Необхідно:

а) знайти функцію розподілу системи $F_{\xi\eta}(x;y)$;

б) знайти $\vec{m}_{\xi\eta}$, $\vec{D}_{\xi\eta}$;

в) скласти кореляційну матрицю, нормовану кореляційну матрицю.

ВАРІАНТ № 22

1. З кошика, в якому знаходяться 3 білих, 2 синіх і 5 червоних кульок, навмання витягується одна кулька. Випадкові величини визначаються наступними умовами:

$$\xi = \left.\begin{cases} 1, & \text{якщо з'явіться біла кулька;} \\ 0, & \text{якщо з'явіться синя або червона кулька} \end{cases}\right\};$$

$$\eta = \left.\begin{cases} 1, & \text{якщо з'явіться синя кулька;} \\ 0, & \text{якщо з'явіться біла або червона кулька} \end{cases}\right\};$$

$$\zeta = \left.\begin{cases} 1, & \text{якщо з'явіться червона кулька;} \\ 0, & \text{якщо з'явіться біла або синя кулька} \end{cases}\right\}.$$

Побудувати кореляційну матрицю і нормовану кореляційну матрицю системи випадкових величин(ξ;η;ζ).

2. Ймовірність влучення в еліпс розсіювання дорівнює 0,871. Необхідно:

а) визначити довжини півосей еліпсу розсіювання, якщо характеристики розсіювання відповідно дорівнюють: E_ξ =30, E_η =15 і $m_\xi = m_\eta = 0$;

б) записати вираз функції щільності розподілу системи $f_{\xi\eta}(x;y)$;

в) скласти кореляційну матрицю системи (ξ; η).

ВАРІАНТ № 23

1. Виконується один постріл по цілі. Ймовірність влучення дорівнює 0,6. Необхідно:

а) знайти функцію розподілу системи випадкових величин $F_{\xi\eta}(x;y)$, де ξ – число влучень в ціль, η – число промахів;

б) визначити числові характеристики випадкового вектора (ξ; η).

2. Проведено n випадкових пострілів по цілі D, яка задана графічно на рис. 3.4.

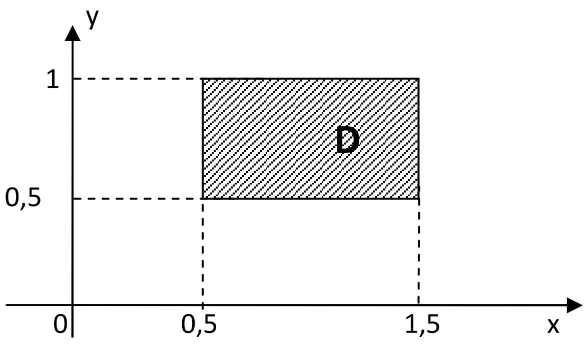


Рис. 3.4.

Необхідно:

а) визначити ймовірність влучення в ціль D, якщо центр розсіювання знаходиться в початку координат і $\sigma_\xi = 0{,}6$; $\sigma_\eta = 0{,}75$;

б) записати вираз функції щільності розподілу системи (ξ; η);

в) чому дорівнює радіус кола, центр якого співпадає з центром розсіювання, якщо практично всі n постріли влучено в це коло?

ВАРІАНТ № 24

1. По цілі виконується два незалежних постріли. Ймовірність влучення в ціль при кожному пострілі дорівнює 0,4. Розглядаються випадкові величини: ξ – число влучень при двох пострілах і η - число промахів при двох пострілах.
Скласти таблицю розподілу випадкового вектора (ξ; η) і знайти його числові характеристики.

2. Визначити ймовірність влучення при одному пострілі в ціль D, яка задана графічно на рис. 3.5, якщо точка прицілювання співпадає з центром цілі, а розсіювання характеризується значеннями $E_\xi = E_\eta = 40$.
Записати вираз функції щільності ймовірності системи (ξ; η) через серединні відхилення та через середні квадратичні відхилення.

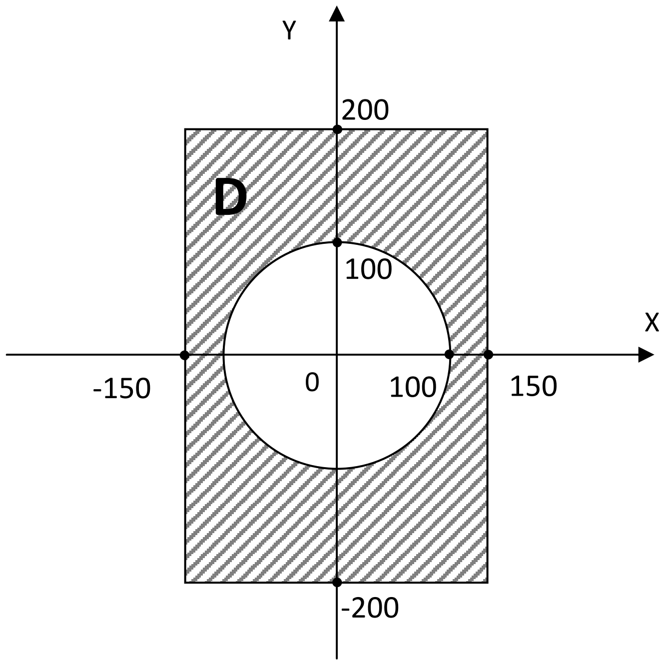


Рис. 3.5.

ВАРІАНТ № 25

1. По цілі виконується три незалежних постріли. Ймовірність влучення в ціль при кожному пострілі дорівнює 0,4. Розглядаються випадкові величини: ξ – число влучень при трьох пострілах і η - число промахів при трьох пострілах. Скласти таблицю розподілу випадкового вектора (ξ; η) і знайти його числові характеристики.

2. Двовимірна випадкова величина (ξ; η) розподілена по нормальному закону на площині з параметрами $m_\xi = 2$; $m_\eta = -2$; $\sigma_\xi = 1$; $\sigma_\eta = 4$; $r_{\xi\eta} = 0$. Необхідно:
а) записати наступні функції щільності ймовірності $f_{\xi\eta}(x;y)$; $f_\xi(x)$; $f_\eta(y)$;
б) скласти кореляційну матрицю;
в) визначити ймовірність влучення випадкової точки в область, яка обмежена еліпсом розсіювання: $(x-2)^2 + \frac{(y+2)^2}{16} = 1$.

ВАРІАНТ № 26

1. Система (ξ; η) задана двовимірною таблицею розподілу ймовірностей $P(\xi=x_i; \eta=y_j) = p_{ij}$ (табл.3.11):

Табл. 3.11.

	$\eta = y_j$

$\xi = x_i$	0	1	2
0	0,20	0	0
1	0,17	0,09	0
2	0,11	0,06	0,08
3	0,06	0,04	0,09
4	0,04	0,03	0,03

Необхідно:
а) скласти функцію розподілу системи (ξ;η);
б) знайти m_ξ , m_η та кореляційну матрицю.

2. Записати функцію щільності ймовірності нормального розподілу системи двох випадкових величин ξ і η, якщо $m_\xi = -3$, $m_\eta = 5$ і $K = \begin{Vmatrix} 16 & 0 \\ 0 & 49 \end{Vmatrix}$.
Крім того, необхідно:
а) знайти значення ймовірних відхилень E_ξ ; E_η ;
б) записати вираз функції щільності розподілу системи (ξ; η) з використанням ймовірних відхилень;
в) визначити ймовірність влучення випадкової точки в область, обмежену еліпсом розсіювання при К=2.

ВАРІАНТ № 27
1. Визначити ймовірність влучення випадкової точки M(x;y) в область, яка обмежена границями {1≤x≤2; 1≤y≤2}, якщо функція розподілу задана (при a>0):

$$F_{\xi\eta}(x,y) = \begin{cases} 1 - a^{-x^2} - a^{-2y^2} + a^{-x^2-2y^2} & \text{при } x \geq 0,\ y \geq 0; \\ 0 \quad \text{при } x < 0 \quad \text{або } y < 0. \end{cases}$$

2. Помилки визначення координат повітряних цілей РЛС підпорядковані нормальному закону: $f_{\xi\eta}(x,y) = \frac{\rho^2}{200\pi} e^{-\rho^2\left[\frac{x^2}{400} + \frac{(y-10)^2}{100}\right]}$.
Необхідно:
а) записати вираз функції щільності ймовірностей системи (ξ; η) через середні квадратичні відхилення;
б) скласти кореляційну матрицю;
в) визначити ймовірність того, що координати цілі будуть вимірюватись з помилками, за модулем, не більше 5м у напрямку осі OX і 10м у напрямку осі OY.

ВАРІАНТ № 28
1. Задано кореляційну матрицю системи випадкових величин (ξ; η; ζ):

$$\|K_{ij}\| = \begin{Vmatrix} 16 & -14 & 12 \\ -14 & 49 & -21 \\ 12 & -21 & 36 \end{Vmatrix}.$$

Скласти нормовану кореляційну матрицю $\| r_{ij} \|$.

2. Визначити ймовірність влучення в мішень у вигляді еліпсу, центр якого співпадає з центром розсіювання, а параметри еліпса: a=10, в=8. Характеристики розсіювання відповідно дорівнюють: $E_\xi = 5$; $E_\eta = 4$.
Записати функцію щільності розподілу ймовірностей відповідної системи (ξ; η).
Знайти ймовірність одночасного виконання двох нерівностей: {x<0, y<0}.

ВАРІАНТ № 29

1. По цілі виконується послідовно три незалежних постріли. Ймовірності влучення в ціль при кожному пострілі дорівнюють відповідно: 0,6; 0,4; 0,7. Ймовірності знищення цілі при одному влученні 0,6; при двох - 0,7; при трьох - 0,8.

Результати стрільби трьома пострілами записати у вигляді таблиці розподілу випадкового вектору (ξ; η), де випадкові величини: ξ – загальна кількість влучень при трьох пострілах і η – кількість знищених цілей при трьох пострілах. Знайти числові характеристики цього випадкового вектора (ξ; η) і його функцію розподілу.

2. Визначити ймовірність влучення в ціль складної конфігурації D (рис. 3.6) при одному пострілі, якщо відома щільність розподілу точок влучення на площині:

$$f_{\xi\eta}(x,y) = \frac{\rho^2}{25\pi} e^{-\rho^2 \frac{x^2+y^2}{25}}$$

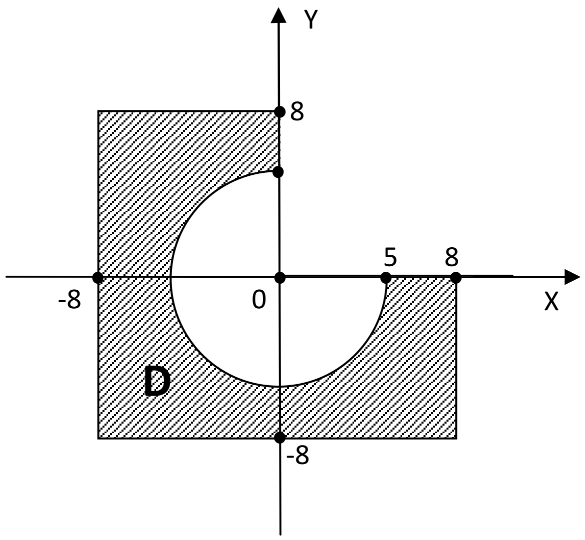


Рис. 3.6.

Знайти значення дисперсії кожної з випадкових величин D_ξ, D_η .
Довести незалежність випадкових величин ξ і η.

ВАРІАНТ № 30

1. Об'єкт охороняється системою ППО. Противник атакує його двома керованими ракетними снарядами, кожен з яких може бути знищений системою ППО з ймовірністю 0,5. Снаряд, який подолав зону ППО, може влучити в об'єкт з ймовірністю 0,6. Розглядаються випадкові величини: ξ – кількість снарядів, які подолали зону ППО і η – кількість знищених цілей. Скласти таблицю розподілу системи випадкових величин (ξ; η). Знайти числові характеристики системи. Визначити функцію розподілу системи.

2. Розсіювання точок влучення на площині характеризується щільністю розподілу ймовірностей: $f_{\xi\eta}(x,y) = \frac{\rho^2}{1500\pi} e^{-\rho^2\left(\frac{x^2}{2500}+\frac{y^2}{900}\right)}$. Необхідно:

а) визначити ймовірність влучення в ціль D (рис. 3.7) при одному пострілі;

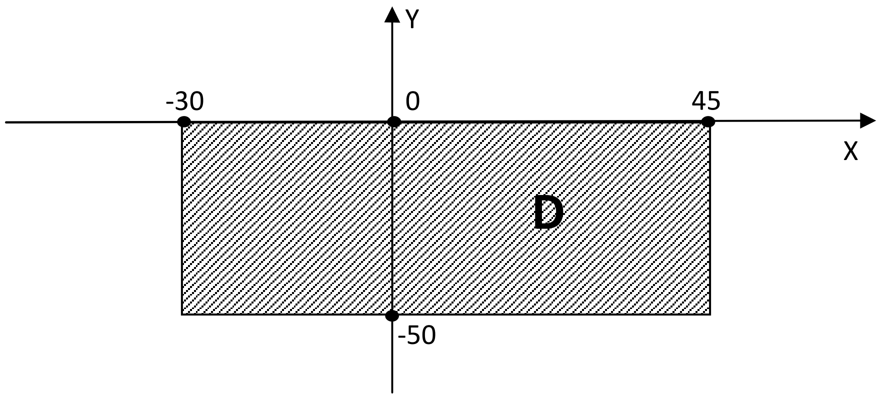


Рис. 3.7.

б) визначити кількість незалежних пострілів n, при якої ймовірність хоча б одного влучення в ціль D була б не менше ніж 0,8;

в) скласти кореляційну матрицю.

ВАРІАНТ № 31

1. Закони розподілу незалежних випадкових величин ξ і η мають вигляд (табл. 3.12 і табл.3.13):

Табл. 3.12.

x_i	0	1	2
p_i	0,25	0,50	0,25

Табл. 3.13.

y_j	0	1	2
p_j	0,09	0,42	0,49

Знайти числові характеристики системи випадкових величин (ξ; η); записати закон їх спільного розподілу.

2. Після закінчення учбового бомбардування виявлено, що всі бомби влучили в коло радіусом R=100м. Необхідно:

а) визначити ймовірність, що при тих же умовах бомбардування, одна бомба з двох упаде на прямокутну ділянку розміром (40мX60м), центр якої співпадає з центром розсіювання;

б) записати вираз двовимірної функції щільності ймовірностей.