

Міністерство освіти і науки, молоді і спорту України.
Національний технічний університет України
“Київський політехнічний інститут”

Числові та функціональні ряди. Ряди Фур'є, інтеграл Фур'є. Дидактичний матеріал до модульної контрольної роботи з математичного аналізу для студентів другого курсу технічних факультетів /Уклад.: Н.М.Задерей, К.Ю.Мамса, Г.Д.Нефьодова.-К.НТУУ “КПІ”.2013-с.

*Гриф радано Методичною радою ФМФ НТУУ “КПІ”
(Протокол № від 2013р.)*

Навчальне видання

Числові та функціональні ряди. Ряди Фур'є, інтеграл Фур'є.

Числові та функціональні ряди. Ряди Фур'є, інтеграл Фур'є.

Дидактичний матеріал до модульної контрольної роботи з математичного аналізу
для студентів другого курсу технічних факультетів

Укладачі: *Задерей Надія Миколаївна, кандидат фіз.-мат наук, доцент.
Мамса Катерина Юріївна, кандидат фіз.-мат наук, доцент.
Нефьодова Галина Дмитрівна, кандидат фіз.-мат наук.*

Відповідальний редактор *Ю.П.Буценко, кандидат фіз.-мат наук, доцент.*

Рецензент *А.М.Кулик, кандидат фіз.-мат наук, доцент.*

*За редакцією укладачів
Електронна версія*

Дидактичний матеріал до модульної контрольної роботи
з математичного аналізу для студентів другого курсу технічних факультетів

Вступ

Тема “Числові та функціональні ряди. Ряди Фур’є. Інтеграл Фур’є.” вивчається в третьому семестрі в курсі математичного аналізу на технічних факультетах. Пропонується дидактичний матеріал для модульної контрольної роботи, яка складається з трьох частин: МКР-1 на тему “Числові ряди”, що містить п’ять завдань, з яких три на дослідження збіжності додатних числових рядів за допомогою ознак Даламбера, порівняння, Коші (радикальної та інтегральної); четверте – на дослідження збіжності знакозмінних рядів і п’яте – на наближене обчислення суми числового ряду. МКР-2 на тему: “Функціональні ряди” складається з п’яти завдань, з яких перше – на знаходження області збіжності степеневого ряду, друге – на знаходження суми степеневого ряду за допомогою диференціювання та інтегрування, у третьому завданні потрібно задану функцію розвинути в ряд Тейлора в околі заданої точки і вказати область збіжності ряду, у четвертому – обчислити визначений інтеграл з заданою точністю, у п’ятому завданні ряди Тейлора застосовуються до знаходження розв’язків диференціальних рівнянь. МКР-3 на тему “Ряди Фур’є. Інтеграл Фур’є.” містить три завдання. У першому потрібно розвинути в ряд Фур’є 2π -періодичну функцію, в другому – розвинути в ряд за синусами або за косинусами. В третьому завданні потрібно функцію зобразити інтегралом Фур’є. Дидактичний матеріал містить 20 варіантів кожної з МКР.

МКР-1 на тему “Числові ряди”

Варіант 1.

Дослідити на збіжність ряди:

1. $\sum_{n=1}^{\infty} \operatorname{tg} \frac{\pi}{2^n};$

2. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n}{(n+2)!};$

3. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\operatorname{tg} \frac{1}{n}}{\sqrt{\ln n}};$

Дослідити ряд на абсолютну чи умовну збіжність:

4. $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \left(\frac{2n+1}{3n+1}\right)^n;$

Обчислити наближено суму ряду з точністю до ε :

5. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{n!}, \quad \varepsilon = 10^{-3}.$

Варіант 3.

Дослідити на збіжність ряди:

1. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{3^n} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^{n^2};$

2. $\sum_{n=1}^{\infty} \sin^2 \frac{1}{n+2};$

3. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{10^n}{(n+3)!};$

Дослідити ряд на абсолютну чи умовну збіжність:

4. $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{n^3}{3^n};$

Обчислити наближено суму ряду з точністю до ε :

5. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n n^2}{4^n}, \quad \varepsilon = 10^{-4}.$

Варіант 2.

Дослідити на збіжність ряди:

1. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(3n)!}{(n!)^3 2^{3n}};$

2. $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\operatorname{arctg} \frac{2n}{2n+1}\right)^n;$

3. $\sum_{n=1}^{\infty} n e^{-n^2};$

Дослідити ряд на абсолютну чи умовну збіжність:

4. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{\ln n};$

Обчислити наближено суму ряду з точністю до ε :

5. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{3^n}, \quad \varepsilon = 10^{-3}.$

Варіант 4.

Дослідити на збіжність ряди:

1. $\sum_{n=1}^{\infty} \sqrt{n} \left(\frac{5n-2}{3n+5}\right)^{n+2};$

2. $\sum_{n=1}^{\infty} \sin \frac{1}{n} \operatorname{tg} \frac{1}{n+1};$

3. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n+1)^n}{n!};$

Дослідити ряд на абсолютну чи умовну збіжність:

4. $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \ln^n \frac{2n}{n+2};$

Обчислити наближено суму ряду з точністю до ε :

5. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(2n+1)!!}, \quad \varepsilon = 10^{-4}.$

Варіант 5.

Дослідити на збіжність ряди:

1.
$$\sum_{n=1}^{\infty} n \ln \frac{n^2 + 5}{n^2 + 4};$$

2.
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{10^n}{(n+3)!};$$

3.
$$\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n}{n+2}\right)^{n^2} 7^n;$$

Дослідити ряд на абсолютну чи умовну збіжність:

4.
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{\ln \ln n};$$

Обчислити наближено суму ряду з точністю до ε :

5.
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(2n)!!}, \quad \varepsilon = 10^{-3}.$$

Варіант 7.

Дослідити на збіжність ряди:

1.
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{n+1} - \sqrt{n-1}}{n};$$

2.
$$\sum_{n=1}^{\infty} \operatorname{arctg}^n \frac{2n-1}{2n+1};$$

3.
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(2n-1)!}{n5^n};$$

Дослідити ряд на абсолютну чи умовну збіжність:

4.
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{\sqrt{n^3+1}};$$

Обчислити наближено суму ряду з точністю до ε :

5.
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{3n!}, \quad \varepsilon = 10^{-4}.$$

Варіант 6.

Дослідити на збіжність ряди:

1.
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+2}{(5n^2-3)\ln(n+1)};$$

2.
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3+\cos n}{n};$$

3.
$$\sum_{n=1}^{\infty} \operatorname{arctg}^n \frac{2n-1}{2n+1};$$

Дослідити ряд на абсолютну чи умовну збіжність:

4.
$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \ln \frac{2n+1}{2n+3};$$

Обчислити наближено суму ряду з точністю до ε :

5.
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n n}{7^n}, \quad \varepsilon = 10^{-3}.$$

Варіант 8.

Дослідити на збіжність ряди:

1.
$$\sum_{n=1}^{\infty} \sqrt[3]{n} \left(\frac{n+4}{3n+1}\right)^{3n};$$

2.
$$\sum_{n=1}^{\infty} \sin \frac{3^n + 4^n}{4^n + 5^n};$$

3.
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{3^{n^2}};$$

Дослідити ряд на абсолютну чи умовну збіжність:

4.
$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{1}{n^3 \sqrt{\ln n}};$$

Обчислити наближено суму ряду з точністю до ε :

5.
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n n}{(2n)!}, \quad \varepsilon = 10^{-3}.$$

Варіант 9.

Дослідити на збіжність ряди:

$$1. \sum_{n=1}^{\infty} \operatorname{arctg}^n \frac{2n}{2n+3};$$

$$2. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2+3}{n3^{n-1}};$$

$$3. \sum_{n=1}^{\infty} (1 - \cos \frac{1}{\sqrt[3]{n}})^2;$$

Дослідити ряд на абсолютну чи умовну збіжність:

$$4. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n (\sqrt[4]{n^3+1} - \sqrt[4]{n^3});$$

Обчислити наближено суму ряду з точністю до ε :

$$5. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{3^n n!}, \quad \varepsilon = 10^{-4}.$$

Варіант 11.

Дослідити на збіжність ряди:

$$1. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n n!}{(2n+2)!!};$$

$$2. \sum_{n=1}^{\infty} 2^n \operatorname{arctg} \frac{2}{3^n};$$

$$3. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(n+3) \ln^3(n+4)};$$

Дослідити ряд на абсолютну чи умовну збіжність:

$$4. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \operatorname{tg} \frac{\pi}{4\sqrt{n}};$$

Обчислити наближено суму ряду з точністю до ε :

$$5. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n n!}{(2n)!}, \quad \varepsilon = 10^{-3}.$$

Варіант 10.

Дослідити на збіжність ряди:

$$1. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{3+(-1)^n}{\sqrt[7]{n^3}};$$

$$2. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^n}{(n+3)!};$$

$$3. \sum_{n=1}^{\infty} (\frac{n+1}{2n})^{n^2};$$

Дослідити ряд на абсолютну чи умовну збіжність:

$$4. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n (\sqrt[n]{2} - 1);$$

Обчислити наближено суму ряду з точністю до ε :

$$5. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{2^n n!}, \quad \varepsilon = 10^{-3}.$$

Варіант 12.

Дослідити на збіжність ряди:

$$1. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos^2 \frac{\pi n}{3}}{3^{n+2}};$$

$$2. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{e^{-\sqrt{n}}}{\sqrt{n}};$$

$$3. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n^2+1)2^n}{(n+1)!};$$

Дослідити ряд на абсолютну чи умовну збіжність:

$$4. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \sin \frac{\pi}{3n};$$

Обчислити наближено суму ряду з точністю до ε :

$$5. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos \pi n}{3^n (n+1)}, \quad \varepsilon = 10^{-4}.$$

Варіант 13.

Дослідити на збіжність ряди:

$$1. \sum_{n=1}^{\infty} \arctg^2 \frac{1}{\sqrt{n+1}};$$

$$2. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\pi}{n} \sin \frac{\pi}{n};$$

$$3. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} 3^{\frac{1}{n}};$$

Дослідити ряд на абсолютну чи умовну збіжність:

$$4. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{n!}{n^n};$$

Обчислити наближено суму ряду з точністю до ε :

$$5. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n!}, \quad \varepsilon = 10^{-2}.$$

Варіант 15.

Дослідити на збіжність ряди:

$$1. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n+3)!}{2^n n!};$$

$$2. \sum_{n=1}^{\infty} n \left(\frac{3n+2}{2n+1} \right)^n;$$

$$3. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(2n+3) \ln(2n+1)};$$

Дослідити ряд на абсолютну чи умовну збіжність:

$$4. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{n^n}{(2n)!};$$

Обчислити наближено суму ряду з точністю до ε :

$$5. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{2^n n}, \quad \varepsilon = 10^{-3}.$$

Варіант 14.

Дослідити на збіжність ряди:

$$1. \sum_{n=1}^{\infty} \left(1 - \cos \frac{3}{n+1} \right);$$

$$2. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{4^n n!}{(2n)!};$$

$$3. \sum_{n=2}^{\infty} \frac{\ln(n+1) - \ln n}{\ln^2 n};$$

Дослідити ряд на абсолютну чи умовну збіжність:

$$4. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{\cos \pi n}{n};$$

Обчислити наближено суму ряду з точністю до ε :

$$5. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{2^n n}, \quad \varepsilon = 10^{-3}.$$

Варіант 16.

Дослідити на збіжність ряди:

$$1. \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n}{5} \right)^{3n};$$

$$2. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n+1}{\sqrt{n} 2^n};$$

$$3. \sum_{n=1}^{\infty} \sin \frac{\pi}{4n};$$

Дослідити ряд на абсолютну чи умовну збіжність:

$$4. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{2^n n}{3^n};$$

Обчислити наближено суму ряду з точністю до ε :

$$5. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin\left(\frac{\pi}{2} + \pi n\right)}{n^4}, \quad \varepsilon = 10^{-3}.$$

Варіант 17.

Дослідити на збіжність ряди:

$$1. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\arctg(n+1)}{\sqrt[3]{n^5} + 2};$$

$$2. \sum_{n=1}^{\infty} 5^n \left(\frac{n}{n+1}\right)^{n^2};$$

$$3. \sum_{n=1}^{\infty} n^3 \operatorname{tg}^5 \frac{\pi}{\sqrt{n^3}};$$

Дослідити ряд на абсолютну чи умовну збіжність:

$$4. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos \pi n}{3^n};$$

Обчислити наближено суму ряду з точністю до ε :

$$5. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(2n+1)4^n}, \quad \varepsilon = 10^{-3}.$$

Варіант 19.

Дослідити на збіжність ряди:

$$1. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{e^{\frac{1}{n}} - 1}{\sqrt{n}};$$

$$2. \sum_{n=1}^{\infty} (n^2 + 1) \operatorname{tg}^2 \frac{\pi}{2^n};$$

$$3. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin \frac{1}{n}}{\ln^2(n+1)};$$

Дослідити ряд на абсолютну чи умовну збіжність:

$$4. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \operatorname{arctg} \frac{3n-1}{3n^2+1};$$

Обчислити наближено суму ряду з точністю до ε :

$$5. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n^4 + 1}, \quad \varepsilon = 10^{-4}.$$

Варіант 18.

Дослідити на збіжність ряди:

$$1. \sum_{n=1}^{\infty} n(e^{\frac{1}{n}} - 1)^2;$$

$$2. \sum_{n=1}^{\infty} n^2 e^{-n^3};$$

$$3. \sum_{n=1}^{\infty} 3^{3n-1} \left(\frac{2n-1}{2n+5}\right)^{n^2};$$

Дослідити ряд на абсолютну чи умовну збіжність:

$$4. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{2^n n}{3^n};$$

Обчислити наближено суму ряду з точністю до ε :

$$5. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(n+1)^n}, \quad \varepsilon = 10^{-3}.$$

Варіант 20.

Дослідити на збіжність ряди:

$$1. \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n}{5}\right)^n \operatorname{arctg} \frac{1}{n!};$$

$$2. \sum_{n=1}^{\infty} \left(\operatorname{arctg} \frac{n}{2n+1}\right)^{n^2};$$

$$3. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\operatorname{tg} \frac{2}{n}}{\ln(n+3)};$$

Дослідити ряд на абсолютну чи умовну збіжність:

$$4. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \left(\frac{n-2}{n+2}\right)^{n^2};$$

Обчислити наближено суму ряду з точністю до ε :

$$5. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n 2^n}{(n+1)^n}, \quad \varepsilon = 10^{-3}.$$

МКР-2 на тему "Функціональні ряди".

Варіант1.

1. Знайти область збіжності ряду

$$\sum_{n=1}^{\infty} (x+4)^n \operatorname{tg} \frac{1}{3^n}.$$

2. Знайти суму ряду та область його збіжності

$$\sum_{n=1}^{\infty} (8n+5)x^{n+1}.$$

3. Розвинути функцію $f(x)$ у ряд Тейлора в околі точки x_0 та вказати область збіжності ряду, якщо

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2x-x^2}}, \quad x_0 = 1.$$

4. Обчислити з точністю до 10^{-3}

$$\int_0^{2,5} \frac{dx}{\sqrt[3]{125+x^3}}.$$

5. Знайти формально перші чотири члени розвинення в ряд Тейлора розв'язку задачі Коші

$$(1+x^2)y'' + xy' - y = 0, \quad y|_{x=1} = 1, \quad y'(0) = 1.$$

Варіант3.

1. Знайти область збіжності ряду

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x+1)^n}{n\sqrt{n}}.$$

2. Знайти суму ряду та область його збіжності

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{x^{n+1}}{n(n+1)}.$$

3. Розвинути функцію $f(x)$ у ряд Тейлора в околі точки x_0 та вказати область збіжності ряду, якщо

$$f(x) = \frac{2x-3}{x-1}, \quad x_0 = 2.$$

4. Обчислити з точністю до 10^{-3}

$$\int_0^{0,1} \frac{\sin 2x dx}{x}.$$

5. Знайти формально перші чотири члени розвинення в ряд Тейлора розв'язку задачі Коші

$$y' = x + e^y, \quad y|_{x=0} = 0.$$

Варіант2.

1. Знайти область збіжності ряду

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x+8)^n}{\sqrt[3]{n^2+4n+5}}$$

2. Знайти суму ряду та область його збіжності

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n x^n}{n}.$$

3. Розвинути функцію $f(x)$ у ряд Тейлора в околі точки x_0 та вказати область збіжності ряду, якщо

$$f(x) = \ln(1-x-2x^2), \quad x_0 = 0.$$

4. Обчислити з точністю до 10^{-3}

$$\int_0^{0,2} \sin(25x^2) dx.$$

5. Знайти формально перші чотири члени розвинення в ряд Тейлора розв'язку задачі Коші

$$y' = 3y^2 + ye^{2x}, \quad y|_{x=0} = -1.$$

Варіант4.

1. Знайти область збіжності ряду

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3n+1}{2n+5} (x-4)^n.$$

2. Знайти суму ряду та область його збіжності

$$\sum_{n=1}^{\infty} nx^{n+2}.$$

3. Розвинути функцію $f(x)$ у ряд Тейлора в околі точки x_0 та вказати область збіжності ряду, якщо

$$f(x) = x^2 \sqrt{4-5x}, \quad x_0 = 0.$$

4. Обчислити з точністю до 10^{-3}

$$\int_0^{0,5} \frac{(1 - e^{-\frac{x}{2}}) dx}{x}.$$

5. Знайти формально перші чотири члени розвинення в ряд Тейлора розв'язку задачі Коші

$$y'' + ye^{3x} = 0, \quad y|_{x=0} = 2, \quad y'(0) = 1.$$

Варіант5.

1. Знайти область збіжності ряду

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x+2)^n}{(3n+1)4^n}.$$

2. Знайти суму ряду та область його збіжності

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{1}{n} - \frac{1}{n+1}\right)x^n.$$

3. Розвинути функцію $f(x)$ у ряд Тейлора в околі точки x_0 та вказати область збіжності ряду, якщо

$$f(x) = \ln(1-5x^2), \quad x_0 = 0.$$

4. Обчислити з точністю до 10^{-3}

$$\int_0^{0.5} \frac{dx}{\sqrt[3]{1+x^3}}.$$

5. Знайти формально перші чотири члени розвинення в ряд Тейлора розв'язку задачі Коші

$$y' = x^2 + xy, \quad y|_{x=0} = -1.$$

Варіант7.

1. Знайти область збіжності ряду

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n x^n}{2\sqrt{n+1}}.$$

2. Знайти суму ряду та область його збіжності

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n(n-1)}.$$

3. Розвинути функцію $f(x)$ у ряд Тейлора в околі точки x_0 та вказати область збіжності ряду, якщо

$$f(x) = e^x, \quad x_0 = -2.$$

4. Обчислити з точністю до 10^{-3}

$$\int_0^1 \ln\left(1 + \frac{x}{9}\right) \frac{dx}{x}.$$

5. Знайти формально перші чотири члени розвинення в ряд Тейлора розв'язку задачі Коші

$$y' = x^2 + y^2, \quad y|_{x=0} = 1.$$

Варіант6.

1. Знайти область збіжності ряду

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n (x+2)^n}{\sqrt{2n+1}}.$$

2. Знайти суму ряду та область його збіжності

$$\sum_{n=1}^{\infty} (n+2)x^{n-1}.$$

3. Розвинути функцію $f(x)$ у ряд Тейлора в околі точки x_0 та вказати область збіжності ряду, якщо

$$f(x) = \frac{1}{x^2 - 4x + 3}, \quad x_0 = -2.$$

4. Обчислити з точністю до 10^{-3}

$$\int_0^1 \cos x^2 dx.$$

5. Знайти формально перші чотири члени розвинення в ряд Тейлора розв'язку задачі Коші

$$y' = \cos x - xy^2, \quad y|_{x=0} = 1.$$

Варіант8.

1. Знайти область збіжності ряду

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x+6)^{2n-1}}{4^n (2n-1)}.$$

2. Знайти суму ряду та область його збіжності

$$\sum_{n=1}^{\infty} (7n+2)x^{n+1}.$$

3. Розвинути функцію $f(x)$ у ряд Тейлора в околі точки x_0 та вказати область збіжності ряду, якщо

$$f(x) = (x+2)e^{4x-x^2}, \quad x_0 = 2.$$

4. Обчислити з точністю до 10^{-3}

$$\int_0^{0.5} x \ln(1+x^4) dx.$$

5. Знайти формально перші чотири члени розвинення в ряд Тейлора розв'язку задачі Коші

$$y' = x - y^2, \quad y|_{x=0} = \frac{1}{2}.$$

Варіант9.

1. Знайти область збіжності ряду

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-3)^{2n-1}}{(2n^2+1)4^n}.$$

2. Знайти суму ряду та область його збіжності

$$\sum_{n=1}^{\infty} (2n-1)x^{n+2}.$$

3. Розвинути функцію $f(x)$ у ряд Тейлора в околі точки x_0 та вказати область збіжності ряду, якщо

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt[4]{16-x}}, \quad x_0 = 0.$$

4. Обчислити з точністю до 10^{-3}

$$\int_0^{0.4} \cos\left(\frac{3x}{2}\right)^2 dx.$$

5. Знайти формально перші чотири члени розвинення в ряд Тейлора розв'язку задачі Коші

$$y' = 2xe^x + 2y^2 = 0, \quad y|_{x=0} = 0.$$

Варіант11.

1. Знайти область збіжності ряду

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(3n-2)(x-3)^n}{(n+1)^2 2^{n+1}}.$$

2. Знайти суму ряду та область його збіжності

$$\sum_{n=1}^{\infty} (2n+1)x^{n+2}.$$

3. Розвинути функцію $f(x)$ у ряд Тейлора в околі точки x_0 та вказати область збіжності ряду, якщо

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{x+4}}, \quad x_0 = -3.$$

4. Обчислити з точністю до 10^{-3}

$$\int_0^{0.5} \sin(4x^2) dx.$$

5. Знайти формально перші чотири члени розвинення в ряд Тейлора розв'язку задачі Коші

$$y' = \sin x - 2xy^2 = 0, \quad y|_{x=0} = 1.$$

Варіант10.

1. Знайти область збіжності ряду

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-5)^n}{n \ln n}.$$

2. Знайти суму ряду та область його збіжності

$$\sum_{n=1}^{\infty} (3n-5)x^{n+1}.$$

3. Розвинути функцію $f(x)$ у ряд Тейлора в околі точки x_0 та вказати область збіжності ряду, якщо

$$f(x) = \ln(x^2 + 4x + 3), \quad x_0 = 0.$$

4. Обчислити з точністю до 10^{-3}

$$\int_0^2 \frac{dx}{\sqrt[4]{625+x^4}}.$$

5. Знайти формально перші чотири члени розвинення в ряд Тейлора розв'язку задачі Коші

$$y'' + 2ye^x = 0, \quad y|_{x=0} = 2, \quad y'(0) = -1.$$

Варіант12.

1. Знайти область збіжності ряду

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(3n+2)(x-3)^n}{(n+1)^2 3^{n+1}}.$$

2. Знайти суму ряду та область його збіжності

$$\sum_{n=1}^{\infty} (3n+2)x^{n+2}.$$

3. Розвинути функцію $f(x)$ у ряд Тейлора в околі точки x_0 та вказати область збіжності ряду, якщо

$$f(x) = xe^{x^2+4x}, \quad x_0 = -2.$$

4. Обчислити з точністю до 10^{-3}

$$\int_0^{0.4} e^{-\frac{3x^2}{4}} dx.$$

5. Знайти формально перші чотири члени розвинення в ряд Тейлора розв'язку задачі Коші

$$y'' + ye^{3x} = 0, \quad y|_{x=0} = -1, \quad y'(0) = 1.$$

Варіант13.

1. Знайти область збіжності ряду

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x+5)^n}{n^3 \sqrt{n}}.$$

2. Знайти суму ряду та область його збіжності

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n x^{n+1}}{(n+1)(n+2)}.$$

3. Розвинути функцію $f(x)$ у ряд Тейлора в околі точки x_0 та вказати область збіжності ряду, якщо

$$f(x) = \frac{1}{5x+4}, \quad x_0 = \frac{1}{3}.$$

4. Обчислити з точністю до 10^{-3}

$$\int_0^{0.1} \frac{\ln(1+3x) dx}{x}.$$

5. Знайти формально перші чотири члени розвинення в ряд Тейлора розв'язку задачі Коші

$$y' = x + y^2, \quad y|_{x=0} = \frac{1}{2}.$$

Варіант15.

1. Знайти область збіжності ряду

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x+2)^n}{n \ln^2(2n)}.$$

2. Знайти суму ряду та область його збіжності

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-2n+1)x^n.$$

3. Розвинути функцію $f(x)$ у ряд Тейлора в околі точки x_0 та вказати область збіжності ряду, якщо

$$f(x) = \frac{x}{\sqrt[5]{1+x^2}}, \quad x_0 = 0.$$

4. Обчислити з точністю до 10^{-3}

$$\int_0^2 \frac{dx}{\sqrt[3]{64+x^3}}.$$

5. Знайти формально перші чотири члени розвинення в ряд Тейлора розв'язку задачі Коші

$$y' = 2x^3 + 3y^2, \quad y|_{x=0} = 1.$$

Варіант14.

1. Знайти область збіжності ряду

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-6)^{n-1}}{2n3^n}.$$

2. Знайти суму ряду та область його збіжності

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1} x^n}{n^2 - n}.$$

3. Розвинути функцію $f(x)$ у ряд Тейлора в околі точки x_0 та вказати область збіжності ряду, якщо

$$f(x) = \cos \frac{\pi x}{4}, \quad x_0 = -2.$$

4. Обчислити з точністю до 10^{-3}

$$\int_0^{0.2} \frac{(1-e^{-3x}) dx}{2x}.$$

5. Знайти формально перші чотири члени розвинення в ряд Тейлора розв'язку задачі Коші

$$y'' - 2ye^{2x} = 0, \quad y|_{x=0} = 2, \quad y'(0) = -1.$$

Варіант16.

1. Знайти область збіжності ряду

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2 x^n}{4^n}.$$

2. Знайти суму ряду та область його збіжності

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n x^{2n}}{n}.$$

3. Розвинути функцію $f(x)$ у ряд Тейлора в околі точки x_0 та вказати область збіжності ряду, якщо

$$f(x) = \frac{5x+3}{x+2}, \quad x_0 = 1.$$

4. Обчислити з точністю до 10^{-3}

$$\int_0^1 \cos(3x^2) dx.$$

5. Знайти формально перші чотири члени розвинення в ряд Тейлора розв'язку задачі Коші

$$y'' + 2y' - xy^2 = 0, \quad y|_{x=0} = 0, \quad y'(0) = 1.$$

Варіант17.

1. Знайти область збіжності ряду

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-3)^n}{\ln(n+1)}.$$

2. Знайти суму ряду та область його збіжності

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1} x^n}{n(n-1)}.$$

3. Розвинути функцію $f(x)$ у ряд Тейлора в околі точки x_0 та вказати область збіжності ряду, якщо

$$f(x) = \frac{x}{x^2 + 25}, \quad x_0 = 0.$$

4. Обчислити з точністю до 10^{-3}

$$\int_0^1 \frac{dx}{\sqrt[4]{16+x^4}}.$$

5. Знайти формально перші чотири члени розвинення в ряд Тейлора розв'язку задачі Коші

$$(1+x^2)y'' + xy' + y = 0, \quad y(0) = -1, \quad y'(0) = 1.$$

Варіант19.

1. Знайти область збіжності ряду

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x+1)^n}{(2+n)\sqrt{\ln(n+2)}}.$$

2. Знайти суму ряду та область його збіжності

$$\sum_{n=1}^{\infty} (7n+12)x^{n+1}.$$

3. Розвинути функцію $f(x)$ у ряд Тейлора в околі точки x_0 та вказати область збіжності ряду, якщо

$$f(x) = \ln(x^2 + 4x + 5), \quad x_0 = -2.$$

4. Обчислити з точністю до 10^{-3}

$$\int_0^{0.5} \frac{\arctg 2x dx}{x}.$$

5. Знайти формально перші чотири члени розвинення в ряд Тейлора розв'язку задачі Коші

$$y' = y + 3xe^y = 0, \quad y(0) = 1.$$

Варіант18.

1. Знайти область збіжності ряду

$$\sum_{n=1}^{\infty} (x-3)^n \sin \frac{1}{5^n}.$$

2. Знайти суму ряду та область його збіжності

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^{2n-1}}{2n(2n-1)}.$$

3. Розвинути функцію $f(x)$ у ряд Тейлора в околі точки x_0 та вказати область збіжності ряду, якщо

$$f(x) = \frac{x}{x^2 + 16}, \quad x_0 = 0.$$

4. Обчислити з точністю до 10^{-3}

$$\int_0^{0.1} \frac{\sin 3x dx}{x}.$$

5. Знайти формально перші чотири члени розвинення в ряд Тейлора розв'язку задачі Коші

$$y'' + 3xy = 0, \quad y(0) = -1, \quad y'(0) = 0.$$

Варіант20.

1. Знайти область збіжності ряду

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x+4)^n}{n^3 4^n}.$$

2. Знайти суму ряду та область його збіжності

$$\sum_{n=1}^{\infty} (3n-4)x^{n+1}.$$

3. Розвинути функцію $f(x)$ у ряд Тейлора в околі точки x_0 та вказати

область збіжності ряду,

якщо

$$f(x) = \frac{3x-2}{x-1}, \quad x_0 = 0.$$

4. Обчислити з точністю до 10^{-3}

$$\int_0^{0.5} e^{-2x^2} dx.$$

5. Знайти формально перші чотири члени розвинення в ряд Тейлора розв'язку задачі Коші

$$y'' + y' - xy^2 = 0, \quad y(0) = 1, \quad y'(0) = 2.$$

МКР-3 на тему “Ряди Фур’є. Інтеграл Фур’є.”

Варіант 1.

1. Розвинути в ряд Фур’є 2π -періодичну функцію $f(x)$, задану на $(-\pi, \pi)$:

$$f(x) = 1 - x.$$

2. Розвинути в ряд Фур’є за синусами функцію $f(x)$, задану на $(0, \pi)$

$$f(x) = \cos 3x.$$

3. Зобразити інтегралом Фур’є функцію

$$f(x) = \begin{cases} 2+x, & -2 \leq x < 0 \\ 2-x, & 0 < x \leq 2. \\ 0, & |x| > 2 \end{cases}$$

Варіант 3.

1. Розвинути в ряд Фур’є 2π -періодичну функцію $f(x)$, задану на $(-\pi, \pi)$:

$$f(x) = \sin \frac{x}{2}.$$

2. Розвинути в ряд Фур’є за косинусами функцію $f(x)$, задану на $(0, 4)$

$$f(x) = \begin{cases} 3, & 0 < x < 2 \\ 5, & 2 < x < 4 \end{cases}$$

3. Зобразити інтегралом Фур’є функцію

$$f(x) = \begin{cases} e^{\frac{x}{3}}, & x \leq 0. \\ 0, & x > 0 \end{cases}$$

Варіант 2.

1. Розвинути в ряд Фур’є періодичну функцію $f(x)$ з періодом $T=4$, задану на $(-2, 2)$:

$$f(x) = \begin{cases} 0, & -2 < x < 0 \\ 3x, & 0 < x < 2. \end{cases}$$

2. Розвинути в ряд Фур’є за синусами функцію $f(x)$, задану на $(0, \pi)$

$$f(x) = x(\pi - x).$$

3. Зобразити інтегралом Фур’є функцію

$$f(x) = \begin{cases} 4 - 2|x|, & |x| \leq 2 \\ 0, & |x| > 2. \end{cases}$$

Варіант 4.

1. Розвинути в ряд Фур’є періодичну з періодом $T=4$ функцію $f(x)$, задану на $(-2, 2)$:

$$f(x) = \begin{cases} 2x - 2, & -2 < x < 0 \\ 0, & 0 < x < 2. \end{cases}$$

2. Розвинути в ряд Фур’є за косинусами функцію $f(x)$, задану на $(0, \pi)$

$$f(x) = \sin 4x.$$

3. Зобразити інтегралом Фур’є функцію

$$f(x) = \begin{cases} 0, & x < 2 \\ 2, & 2 \leq x \leq 4 \\ 0, & x > 4 \end{cases}$$

Варіант 5.

1. Розвинути в ряд Фур'є 2π -періодичну функцію $f(x)$, задану на $(-\pi, \pi)$:

$$f(x) = -2x^2.$$

2. Розвинути в ряд Фур'є за синусами функцію $f(x)$, задану на $(0, \frac{\pi}{2})$

$$f(x) = \cos 2x.$$

3. Зобразити інтегралом Фур'є функцію

$$f(x) = \begin{cases} e^{5x}, & x \leq 0 \\ 0, & x > 0 \end{cases}.$$

Варіант 7.

1. Розвинути в ряд Фур'є 2π -періодичну функцію $f(x)$, задану на $(-\pi, \pi)$:

$$f(x) = \frac{\pi}{2} - x.$$

2. Розвинути в ряд Фур'є за синусами функцію $f(x)$, задану на $(0, 1)$

$$f(x) = x^2.$$

3. Зобразити інтегралом Фур'є функцію

$$f(x) = \begin{cases} 3 \sin 2x, & |x| < 2\pi \\ 0, & |x| \geq 2\pi \end{cases}.$$

Варіант 6.

1. Розвинути в ряд Фур'є періодичну з періодом $T=2$ функцію $f(x)$, задану на $(-1, 1)$:

$$f(x) = |x|.$$

2. Розвинути в ряд Фур'є за косинусами функцію $f(x)$, задану на $(0, 3)$

$$f(x) = \begin{cases} 0, & 0 < x \leq 1 \\ 4, & 1 < x < 3 \end{cases}$$

3. Зобразити інтегралом Фур'є функцію

$$f(x) = e^{-4|x|}.$$

Варіант 8.

1. Розвинути в ряд Фур'є періодичну з періодом $T=6$ функцію $f(x)$, задану на $(-3, 3)$:

$$f(x) = 1 + |x|.$$

2. Розвинути в ряд Фур'є за косинусами функцію $f(x)$, задану на $(0, 2)$

$$f(x) = \begin{cases} 2x, & 0 < x < 1 \\ 0, & 1 \leq x < 2 \end{cases}$$

3. Зобразити інтегралом Фур'є функцію

$$f(x) = \begin{cases} \cos x, & 0 \leq x \leq \pi \\ 0, & x \notin [0, \pi] \end{cases}$$

Варіант 9.

1. Розвинути в ряд Фур'є 2π -періодичну функцію $f(x)$, задану на $(-\pi, \pi)$:

$$f(x) = x + 2.$$

2. Розвинути в ряд Фур'є за синусами функцію $f(x)$, задану на $(0, \frac{\pi}{3})$

$$f(x) = \cos 3x.$$

3. Зобразити інтегралом Фур'є функцію

$$f(x) = \begin{cases} \cos x, & x \in \left[-\pi, \pi \right) \\ 0, & x \notin \left[-\pi, \pi \right) \end{cases}$$

Варіант 11.

1. Розвинути в ряд Фур'є 2π -періодичну функцію $f(x)$, задану на $(-\pi, \pi)$:

$$f(x) = \begin{cases} 0, & x \in \left(-\pi, 0 \right) \\ x-1, & x \in \left[0, \pi \right) \end{cases}$$

2. Розвинути в ряд Фур'є за синусами функцію $f(x)$, задану на $\left[\frac{1}{2}, 2 \right]$

$$f(x) = \begin{cases} x, & x \in \left[\frac{1}{2}, 1 \right) \\ 2, & x \in \left[1, 2 \right) \end{cases}$$

3. Зобразити інтегралом Фур'є функцію

$$f(x) = \begin{cases} 0, & |x| > 1 \\ 1, & 0 \leq x \leq 1 \\ -1, & -1 \leq x < 0 \end{cases}$$

Варіант 10.

1. Розвинути в ряд Фур'є періодичну з періодом $T=8$ функцію $f(x)$, задану на $(-4, 4)$:

$$f(x) = 1 - x.$$

2. Розвинути в ряд Фур'є за косинусами функцію $f(x)$, задану на $(0, \frac{\pi}{3})$

$$f(x) = \sin 3x.$$

3. Зобразити інтегралом Фур'є функцію

$$f(x) = \begin{cases} 2+x, & -2 \leq x < 0 \\ 2-x, & 0 < x \leq 2 \\ 0, & |x| > 2 \end{cases}$$

Варіант 12.

1. Розвинути в ряд Фур'є 2π -періодичну функцію $f(x)$, задану на $(-\pi, \pi)$:

$$f(x) = \begin{cases} 2x, & x \in \left(-\pi, 0 \right) \\ 1, & x \in \left[0, \pi \right) \end{cases}$$

2. Розвинути в ряд Фур'є за косинусами функцію $f(x)$, задану на $\left[\frac{1}{2}, 3 \right]$

$$f(x) = \begin{cases} 1, & x \in \left[\frac{1}{2}, 2 \right) \\ 3-x, & x \in \left[2, 3 \right) \end{cases}$$

3. Зобразити інтегралом Фур'є функцію

$$f(x) = \begin{cases} \sin x, & |x| \leq \pi \\ 0, & |x| > \pi \end{cases}$$

Варіант 13.

1. Розвинути в ряд Фур'є 2π -періодичну функцію $f(x)$, задану на $(-\pi, \pi)$:

$$f(x) = \begin{cases} 0, & x \in \langle \pi, 0 \rangle \\ x+2, & x \in \langle 0, \pi \rangle \end{cases}$$

2. Розвинути в ряд Фур'є за синусами функцію $f(x)$, задану на $\langle 0, 4 \rangle$

$$f(x) = \begin{cases} x-1, & x \in \langle 0, 2 \rangle \\ 1, & x \in \langle 2, 4 \rangle \end{cases}$$

3. Зобразити інтегралом Фур'є функцію

$$f(x) = \begin{cases} 2, & |x| < 2 \\ 1, & x = 2 \\ 0, & |x| > 2 \end{cases}$$

Варіант 15.

1. Розвинути в ряд Фур'є 2π -періодичну функцію $f(x)$, задану на $(-\pi, \pi)$:

$$f(x) = \begin{cases} 0, & x \in \langle \pi, 0 \rangle \\ 2x+3, & x \in \langle 0, \pi \rangle \end{cases}$$

2. Розвинути в ряд Фур'є за синусами функцію $f(x)$, задану на $\langle 0, 4 \rangle$

$$f(x) = \begin{cases} x-1, & x \in \langle 0, 1 \rangle \\ 0, & x \in \langle 1, 4 \rangle \end{cases}$$

3. Зобразити інтегралом Фур'є функцію

$$f(x) = \begin{cases} x, & 0 \leq x < 1 \\ 1, & 1 \leq x < 2 \\ 0, & x \geq 2 \end{cases}$$

Варіант 14.

1. Розвинути в ряд Фур'є 2π -періодичну функцію $f(x)$, задану на $(-\pi, \pi)$:

$$f(x) = \begin{cases} 1-x, & x \in \langle \pi, 0 \rangle \\ -1, & x \in \langle 0, \pi \rangle \end{cases}$$

2. Розвинути в ряд Фур'є за косинусами функцію $f(x)$, задану на $\langle 0, 2 \rangle$

$$f(x) = \begin{cases} 1-x, & x \in \langle 0, 1 \rangle \\ x-1, & x \in \langle 1, 2 \rangle \end{cases}$$

3. Зобразити інтегралом Фур'є функцію

$$f(x) = \begin{cases} e^{-2x}, & x \geq 0 \\ 0, & x < 0 \end{cases}$$

Варіант 16.

1. Розвинути в ряд Фур'є 2π -періодичну функцію $f(x)$, задану на $(-\pi, \pi)$:

$$f(x) = \begin{cases} \pi+x, & x \in \langle \pi, 0 \rangle \\ 0, & x \in \langle 0, \pi \rangle \end{cases}$$

2. Розвинути в ряд Фур'є за косинусами функцію $f(x)$, задану на $\langle 0, 4 \rangle$

$$f(x) = \begin{cases} 2-x, & x \in \langle 0, 1 \rangle \\ 1, & x \in \langle 1, 4 \rangle \end{cases}$$

3. Зобразити інтегралом Фур'є функцію

$$f(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 0 \\ \cos x, & 0 < x < \pi \\ 0, & x \geq \pi \end{cases}$$

Варіант 17.

1. Розвинути в ряд Фур'є 2π -періодичну функцію $f(x)$, задану на $(-\pi, \pi)$:

$$f(x) = \begin{cases} \pi - 2x, & x \in \langle \pi, 0 \rangle \\ 0, & x \in \langle 0, \pi \rangle \end{cases}$$

2. Розвинути в ряд Фур'є за синусами функцію $f(x)$, задану на $\langle 0, 4 \rangle$

$$f(x) = 2 - x.$$

3. Зобразити інтегралом Фур'є функцію

$$f(x) = \begin{cases} 0, & x < -1 \\ 1, & -1 \leq x \leq 0. \\ 0, & x > 0 \end{cases}$$

Варіант 19.

1. Розвинути в ряд Фур'є 2π -періодичну функцію $f(x)$, задану на $(-\pi, \pi)$:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\pi}{2} - 2x, & x \in \langle \pi, 0 \rangle \\ 0, & x \in \langle 0, \pi \rangle \end{cases}$$

2. Розвинути в ряд Фур'є за синусами функцію $f(x)$, задану на $\langle 0, 4 \rangle$

$$f(x) = \begin{cases} 0, & x \in \langle 0, 2 \rangle \\ 2 - x, & x \in \langle 2, 4 \rangle \end{cases}$$

3. Зобразити інтегралом Фур'є функцію

$$f(x) = \begin{cases} 1, & 0 \leq |x| \leq 4 \\ 0, & |x| > 4 \end{cases}$$

Варіант 18.

1. Розвинути в ряд Фур'є 2π -періодичну функцію $f(x)$, задану на $(-\pi, \pi)$:

$$f(x) = \begin{cases} 0, & x \in \langle \pi, 0 \rangle \\ \frac{\pi}{4} + 2x, & x \in \langle 0, \pi \rangle \end{cases}$$

2. Розвинути в ряд Фур'є за косинусами функцію $f(x)$, задану на $\langle 0, 3 \rangle$

$$f(x) = \begin{cases} 1, & x \in \langle 0, 2 \rangle \\ 3 - x, & x \in \langle 2, 3 \rangle \end{cases}$$

3. Зобразити інтегралом Фур'є функцію

$$f(x) = \begin{cases} 0, & x < 0 \\ \pi x, & 0 \leq x \leq 1. \\ 0, & x > 1 \end{cases}$$

Варіант 20.

1. Розвинути в ряд Фур'є 2π -періодичну функцію $f(x)$, задану на $(-\pi, \pi)$:

$$f(x) = \begin{cases} 1 - \frac{x}{2}, & x \in \langle \pi, 0 \rangle \\ 0, & x \in \langle 0, \pi \rangle \end{cases}$$

2. Розвинути в ряд Фур'є за косинусами функцію $f(x)$, задану на $\langle 0, 4 \rangle$

$$f(x) = \begin{cases} 0, & x \in \langle 0, 2 \rangle \\ 2 - x, & x \in \langle 2, 4 \rangle \end{cases}$$

3. Зобразити інтегралом Фур'є функцію

$$f(x) = \begin{cases} 1 - \frac{x}{2}, & 0 \leq x \leq 2 \\ 0, & x < 0, \quad x > 2 \end{cases}$$

Список рекомендованої літератури

1. Берман Г.Н. Сборник задач по курсу математического анализа. М. Наука, 1985.-384с.
2. Кудрявцев Л.Д., Кутасов А.Д., Чехлов В.И., Шабунин М.И. Сборник задач по математическому анализу. Интегралы. Ряды. М. Наука, 1986,-528с.
3. Вища математика. Збірник задач. За редакцією В.П.Дубовика, І.І.Юрика.
4. П.А.Шмелев. Теория рядов в задачах и упражнениях. М. “Высшая школа” 1983.-169с.
5. І.В.Алексєєва, В.О.Гайдей, О.О.Диховичний, Л.Б.Федорова. Ряди. Теорія функцій комплексної змінної. Операційне числення. Практикум. Київ 2012.